千葉商大論叢　第59巻　第1号（2021年7月）pp. 37-48

〔論　説〕

公的年金の財政方式と機能配分

小　林　　航
高　畑　純一郎

はじめに

最適な公的年金制度とはどのようなものであろうか。日本の公的年金制度，特に厚生年金制度は1941年の創設時[(1)]には完全積立方式で出発したとされる[(2)]。このときは保険料と給付がともに所得に比例する設計であり，所得水準の異なる個人間での世代内再分配は発生しない仕組みであったと考えられる。その後，1954年に新たな制度として再構築された際には，賦課方式の要素を含む修正積立方式へと改変され，さらには給付のなかに所得に依存しない定額部分が組み込まれたことにより，世代内再分配が発生する仕組みとなった。現在の厚生年金制度はその後様々な改正を経ているが，2つの財政方式が混在し，世代内再分配の機能を持つという基本的な特徴はいまも変わらない。

仮にゼロから新たな年金制度を設計するとした場合，2つの財政方式を組み合わせたような年金制度が最適解として導出されることはあるだろうか。また，そのとき，世代内再分配の機能はどのような形で組み込まれるのか。本稿では，こうした論点について考えてみたい。なお，本稿では定常状態に焦点を当て，世代間公平性の議論については捨象する。

我々の関心に最も近いと思われる先行研究の1つがSamuelson（1975）である。そこでは2つの財政方式を組み込んだ年金制度が定式化され，労働供給が外生的に与えられる世代重複モデルの定常状態において代表的個人の効用を最大化する，黄金律の資源配分を実現する財政方式の組み合わせは無数にあることが示されている。また，そのなかに完全積立方式は含まれず，賦課方式が重要な役割を果たすことが示唆される。しかしながら，そこでは世代内再分配の問題は考慮されていない。

もう1つの重要な先行研究はFrassi *et al.*（2019）である。彼女らは各世代が生産性の異なる個人で構成される世代重複モデルにおいて，みなし確定拠出型の賦課方式（PAYG NDC），純粋な積立方式（FF），および給付に定額部分を含む修正積立方式（MFF），という3つの年金制度を定式化し，特定のパラメータのもとで数値解による比較を行っている。その結果，資本蓄積と労働供給への影響が相対的に小さく，さらに世代内再分配機能も有するMFFが最も高い平均効用をもたらすとしている。しかしながら，そこでは2つの財政方式を組み合わせるという可能性は考慮されていない[(3)]。

そこで本稿では，世代重複モデルにおいて2つの財政方式を組み合わせて用いることができる状況下で，世代内再分配を考慮したうえで最適な年金制度について考察する。ただ

(1)　労働者年金保険という名称で創設され，1944年の改正時に厚生年金保険へと改称された。
(2)　吉原・畑（2016）pp. 8-9，pp. 230-232を参照。

し，労働供給は外生的に与えられるものとする。したがって，本稿のモデルはSamuelson（1975）に世代内再分配の要素を組み込んだものと位置付けられる[(4)]。

本稿の構成は以下のとおりである。第1節ではモデルを記述する。第2節では資源制約のもとで社会厚生を最大化する資源配分を求める。第3節では2つの財政方式が利用可能である場合の最適な年金制度を導出するとともに，どちらか一方のみが利用可能である場合の最適解（次善解）も分析する。

1. モデル

1.1　家計

2期間を生きる個人で構成される世代重複モデルを考える。各世代にはxタイプの個人が存在し，タイプiの個人の生産性をa^iとする（$a^i \leq \cdots \leq a^x$）。ただし，少なくとも1組は$a^i \neq a^j$となるようなi，jが存在するものとする。タイプiの割合はθ_iとし，任意のi，jについて$\theta_i = \theta_j$する（$j \neq i$）。世代内の平均生産性は$a = \Sigma \theta_i a^i = 1$とする。第$t$期に若年期で登場する世代$t$のタイプ$i$の賃金は$w_t^i = a^i w_t$と表され，$w_t$は世代内で共通の効率労働1単位当たりの賃金率を表す。また，その効用関数は以下のような対数関数を仮定する。

$$U_t^i = U(c_t^i, d_{t+1}^i) = \ln c_t^i + \beta \ln d_{t+1}^i \tag{1}$$

ただしc_t^iは若年期の消費，d_{t+1}^iは老年期の消費である。

s_t^iを世代tのタイプiの貯蓄とすると，各期の予算制約は以下のようになる。

$$c_t^i = (1 - \tau_p - \tau_f) w_t^i - s_t^i \tag{2}$$

$$d_{t+1}^i = b_{p,t+1} + b_{f,t+1} + s_t^i R_{t+1} \tag{3}$$

ただしτ_pとτ_fはそれぞれ賦課方式，積立方式の年金保険料率であり，$b_{p,t+1}$と$b_{f,t+1}$は第$t+1$期の各方式の年金給付額，R_{t+1}は第$t+1$期のグロスの金利である。

世代tのタイプiの効用最大化条件は以下のようになる。

$$d_{t+1}^i = \beta R_{t+1} c_t^i \tag{4}$$

$$c_t^i + \frac{d_{t+1}^i}{R_{t+1}} = (1 - \tau_p - \tau_f) w_t^i + \frac{b_{p,t+1} + b_{f,t+1}}{R_{t+1}} \tag{5}$$

これらを連立させて各期の消費について解くと，以下が得られる。

$$c_t^i = \frac{1}{(1+\beta) R_{t+1}} [b_{p,t+1} + b_{f,t+1} + (1 - \tau_p - \tau_f) w_t^i R_{t+1}] \tag{6}$$

---

(3)　Sommacal（2006）も世代内再分配に焦点を当てた分析を行っているが，扱っている財政方式は賦課方式のみである。また，Breyer（1989），Homburg（1990），およびBreyer and Straub（1993）などはいずれも世代内再分配を考慮せず，なおかつ賦課方式のみに焦点を当てている。

(4)　Okamoto and Tachibanaki（2002）は労働供給が固定された世代重複モデルにおいて世代内公平性に焦点を当て，年金給付の財源を比例所得税と同等の社会保険料から累進所得税や支出税に置き換えた場合の影響を数値計算によって分析している。また，Oshio（2005）は労働供給と利子率が固定された世代重複モデルにおいて，年金制度のパラメータ（保険料の定額部分や給付の所得比例部分の係数）が再分配後の生涯所得の平均値や変動係数に及ぼす影響を分析している。いずれも，世代内公平性に焦点を当てた重要な先行研究であるが，財政方式の選択という論点は議論の対象とされていない。

$$d_{t+1}^{i}=\frac{\beta}{1+\beta}\left[b_{p,t+1}+b_{f,t+1}+(1-\tau_p-\tau_f)w_t^iR_{t+1}\right] \tag{7}$$

また，この結果を用いて貯蓄を以下のように求めることができる。

$$s_t^i=\frac{\beta R_{t+1}(1-\tau_p-\tau_f)w_t^i-\left[b_{p,t+1}+b_{f,t+1}\right]}{(1+\beta)R_{t+1}} \tag{8}$$

第 t 期の平均的な一人当たり貯蓄（$s_t=\Sigma\theta_i s_t^i$）は以下のようになる。

$$s_t=\frac{\beta R_{t+1}(1-\tau_p-\tau_f)w_t-\left[b_{p,t+1}+b_{f,t+1}\right]}{(1+\beta)R_{t+1}} \tag{9}$$

1.2　企業

第 t 期の若年世代の人口を N_t，人口成長率を n とすると，第 $t+1$ 期の若年世代の人口 N_{t+1} は以下のように表される。

$$N_{t+1}=(1+n)N_t \tag{10}$$

若年世代は全員が非弾力的に労働供給をするが，タイプによって生産性が異なるために効率労働の供給量が異なる。第 t 期の効率労働を集計すると，世代全体での平均生産性が 1 であることから，以下のように若年世代の人口に一致する。

$$L_t=\Sigma a^i\theta_i N_t=N_t \tag{11}$$

生産関数は以下のようにコブダグラス型を仮定する。

$$F(K_t,L_t)=AK_t^{\alpha}L_t^{1-\alpha} \tag{12}$$

ただし，資本は完全に減耗すると仮定する。このとき，企業の利潤を以下のように表すことができる。

$$\pi_t=F(K_t,L_t)-R_tK_t-w_tL_t \tag{13}$$

これより利潤最大化条件は以下のようになる。

$$\alpha AK_t^{\alpha-1}L_t^{1-\alpha}-R_t=0 \tag{14}$$

$$(1-\alpha)AK_t^{\alpha}L_t^{-\alpha}-w_t=0 \tag{15}$$

一人当たり資本 $k_t\equiv K_t/L_t$ を用いて書き換えると，一人当たり生産量は $f(k_t)=Ak_t^{\alpha}$ で表され，要素価格は以下のようになる。

$$R_t=A\alpha k_t^{\alpha-1} \tag{16}$$

$$w_t=A(1-\alpha)k_t^{\alpha} \tag{17}$$

1.3　政府

賦課方式年金と積立方式年金に関する政府の予算制約は以下のように表すことができる。

$$\Sigma\theta_i w_t^i\tau_p N_t=b_{p,t}N_{t-1} \tag{18}$$

$$\Sigma\theta_i w_t^i\tau_f N_t R_{t+1}=b_{f,t+1}N_t \tag{19}$$

（18）で表される賦課方式は若年世代からの保険料が同じ期の老年世代の年金給付に充てられるので，保険料が資本市場で運用されることはない。それに対して，（19）で表される積立方式は，ある世代の若年期の保険料が，同じ世代が老年世代になった時の年金給付

に充てられるので，保険料が資本市場で投資に使われるという違いがある。これらより，一人当たり年金給付額と保険料率との関係は以下のようになる。

$$b_{p,t} = \tau_p w_t (1+n) \tag{20}$$

$$b_{f,t+1} = \tau_f w_t R_{t+1} \tag{21}$$

（20）（21）を（6）（7）に代入すると各期の消費は

$$c_t^i = \frac{1}{(1+\beta)R_{t+1}} [\tau_p w_{t+1}(1+n) + \tau_f w_t R_{t+1} + (1-\tau_p-\tau_f) w_t^i R_{t+1}] \tag{22}$$

$$d_{t+1}^i = \frac{\beta}{1+\beta} [\tau_p w_{t+1}(1+n) + \tau_f w_t R_{t+1} + (1-\tau_p-\tau_f) w_t^i R_{t+1}] \tag{23}$$

のようになる。また，（8）に代入すると貯蓄は

$$s_t^i = \frac{\beta R_{t+1}(1-\tau_p-\tau_f) w_t^i - [\tau_p w_{t+1}(1+n) + \tau_f w_t R_{t+1}]}{(1+\beta)R_{t+1}} \tag{24}$$

となり，第 t 期の平均的な一人当たり貯蓄は

$$s_t = \frac{\beta R_{t+1}(1-\tau_p) w_t - \tau_p w_{t+1}(1+n)}{(1+\beta)R_{t+1}} - \tau_f w_t \tag{25}$$

のように表される。

1.4　資本市場

資本が完全に減耗するため，第 $t+1$ 期の資本 K_{t+1} は第 t 期の投資 I_t に一致する。また，第 t 期の総貯蓄は私的貯蓄 $N_t s_t$ と公的年金の積立金 $N_t \tau_f w_t$ の合計であるため，資本市場の均衡では以下の関係が成立する。

$$K_{t+1} = (s_t + \tau_f w_t) N_t \tag{26}$$

これを N_t で割ると

$$k_{t+1}(1+n) = s_t + \tau_f w_t \tag{27}$$

が得られ，私的貯蓄の部分に（25）を代入すると以下が得られる。

$$k_{t+1}(1+n) = \frac{\beta}{1+\beta}(1-\tau_p) w_t - \frac{\tau_p w_{t+1}(1+n)}{(1+\beta)R_{t+1}} \tag{28}$$

ここで（16）（17）を用いて要素価格を k で表すと

$$k_{t+1}(1+n) = \frac{\beta}{1+\beta}(1-\tau_p)(1-\alpha) A k_t^\alpha - \frac{\tau_p(1-\alpha)}{(1+\beta)\alpha} k_{t+1}(1+n) \tag{29}$$

のようになるが，これを整理すると以下のように k_{t+1} を k_t の式で表すことができ，一人当たり資本水準の遷移式が得られる。

$$k_{t+1} = \frac{\beta(1-\tau_p)(1-\alpha)A}{(1+n)\left[(1+\beta) + \frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_p\right]} k_t^\alpha \tag{30}$$

1.5　定常状態

これより定常状態では一人当たり資本は以下となる。

$$k=\left[\frac{\beta(1-\tau_p)(1-\alpha)A}{(1+n)\left[(1+\beta)+\frac{1-\alpha}{\alpha}\tau_p\right]}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{31}$$

この式から年金保険料の変化に対する資本水準の変化を求めることができ，

$$\frac{\partial k}{\partial \tau_p}=-\frac{k}{(1-\alpha)(1-\tau_p)}\frac{1+\alpha\beta}{[\alpha(1+\beta)+(1-\alpha)\tau_p]}<0 \tag{32}$$

$$\frac{\partial k}{\partial \tau_f}=0 \tag{33}$$

のようになる。つまり，賦課方式は資本蓄積を減らすが，積立方式は資本蓄積には中立となる。このときタイプ i の消費は以下のようになる。

$$c^i=\frac{1}{(1+\beta)R}[\tau_p w(1+n)+\tau_f wR+(1-\tau_p-\tau_f)w^iR] \tag{34}$$

$$d^i=\frac{\beta}{1+\beta}[\tau_p w(1+n)+\tau_f wR+(1-\tau_p-\tau_f)w^iR] \tag{35}$$

以下では定常状態の性質に焦点をあてて分析を行う。

2. 最適な資源配分

ここでは，定常状態を前提として世代内分配を含む最適な資源配分を導出するため，社会厚生関数を以下のように定義する。

$$W=W(U^1,\ldots,U^x) \tag{36}$$

ただし，$W_i\equiv\partial W/\partial U^i>0$，$W_{ii}\equiv\partial^2 W/\partial(U^i)^2\leq 0$ と仮定する。また，任意の i, j について $\theta_i=\theta_j$ であることから（$j\neq i$），$U^i\geq U^j$ のとき $W_i\leq W_j$ となる。また，第 t 期の資源制約は

$$\Sigma\theta_i N_t c_t^i+\Sigma\theta_i N_{t-1}d_t^i=F(K_t,L_t)-K_{t+1} \tag{37}$$

と表され，定常状態では以下のようになる。

$$\Sigma\theta_i c^i+\frac{1}{1+n}\Sigma\theta_i d^i=f(k)-(1+n)k \tag{38}$$

最適な資源配分は（38）の制約下で社会厚生関数（36）を c^i，d^i，k について最適化するものであり，ラグランジアンを以下のように設定することができる。

$$L=W(U^1,\ldots,U^x)+\lambda\left[f(k)-(1+n)k-\Sigma\theta_i c^i-\frac{1}{1+n}\Sigma\theta_i d^i\right] \tag{39}$$

これを各変数で最適化すると，以下の条件が得られる。

$$\frac{U_c^i}{U_d^i}=1+n,\quad \forall i \tag{40}$$

$$\Gamma_i=\Gamma_j,\quad \forall i,j(j\neq i) \tag{41}$$

$$f'(k)=1+n \tag{42}$$

ただし，$U_c^i\equiv\partial U/\partial c^i$，$U_d^i\equiv\partial U/\partial d^i$，$\Gamma_i\equiv W_iU_d^i$ である。定常状態では，(40)-(42) および（38）を満たす組み合わせが最適な資源配分となる。

資本の限界生産物は $f'(k)=A\alpha k^{\alpha-1}$ となるので，（42）から黄金律の資本水準を以下の

ように求めることができる。

$$k^* = \left[\frac{A\alpha}{1+n}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{43}$$

また，（40）と（41）は任意の i, j について $c^i = c^j$ かつ $d^i = d^j$ となる必要があることを意味する（$j \neq i$）。

3. 最適な年金制度

3.1　二つの方式が利用可能な場合

次に，定常状態において社会厚生（36）を最大化するような年金制度を明示的に導出したい。このモデルでは，年金制度を表す変数は（τ_p, τ_f, b_p, b_f）の4つであるが，各財政方式の予算制約を表した（20）（21）から，実質的には（τ_p, τ_f）の2つで年金制度が規定されることとなる[(5)]。2つの保険料率を用いて社会厚生を表すには，各個人の消費水準を保険料率で表したうえで，以下のように社会厚生関数に代入すればよい。

$$W(\tau_p, \tau_f) \equiv W(U(c^1(\tau_p, \tau_f), d^1(\tau_p, \tau_f)), \ldots, U(c^x(\tau_p, \tau_f), d^x(\tau_p, \tau_f))) \tag{44}$$

ここでの社会厚生最大化問題は以下のように定式化できる。

$$\max_{\tau_p, \tau_f} W(\tau_p, \tau_f) \tag{45}$$

2つの政策変数（τ_p, τ_f）に関する最適化条件は以下のように表すことができる。

$$W_p(\tau_p, \tau_f) = \Sigma \Gamma_i R\left(c_p^i + \frac{d_p^i}{R}\right) = 0 \tag{46}$$

$$W_f(\tau_p, \tau_f) = \Sigma \Gamma_i R\left(c_f^i + \frac{d_f^i}{R}\right) = 0 \tag{47}$$

ただし，$W_h(\tau_p, \tau_f) \equiv \partial W(\tau_p, \tau_f)/\partial \tau_h$，$c_h \equiv \partial c/\partial \tau_h$，$d_h \equiv \partial d/\partial \tau_h$ である（$h = p, f$）。（34）（35）と（16）（17）を用いて各保険料率の変化に対する生涯消費の変化を求めると，以下のようになる（詳細は Appendix A 参照）。

$$c_p^i + \frac{d_p^i}{R} = \left(\frac{1+n}{R} - 1\right)[w - (1-\tau_p)w_p] - (a^i - 1)w\left[1 - (1-\tau_p-\tau_f)\left(\frac{w_p}{w} + \frac{R_p}{R}\frac{\beta}{1+\beta}\right)\right] \tag{48}$$

$$c_f^i + \frac{d_f^i}{R} = w(1-a^i) \tag{49}$$

ただし，$w_h \equiv \partial w/\partial \tau_h$，$R_h \equiv \partial R/\partial \tau_h$ である（$h = p, f$）。さらに，これらを（46）（47）に代入すると以下のように整理することができる。

$$\left(\frac{1+n}{R} - 1\right)[w - (1-\tau_p)w_p] = \left[w - (1-\tau_p-\tau_f)w_p\left(1 + \frac{w}{w_p}\frac{R_p}{R}\frac{\beta}{1+\beta}\right)\right]\frac{\Sigma \Gamma_i (a^i - 1)}{\Sigma \Gamma_i} \tag{50}$$

$$\Sigma \Gamma_i (a^i - 1) = 0 \tag{51}$$

（51）を（50）の右辺に代入すると0となる。また，$w_p < 0$ から $w - (1-\tau_p)w_p > 0$ である

(5)　Samuelson（1975）のモデルでは（τ，k^s）という2つの変数で年金制度が規定されるとしているが（p. 540），このうちτは保険料の合計（本稿の定義では $\tau_p + \tau_f$）を表し，k^s は積立金の大きさを表す。

ため，（50）は $R=1+n$ を含意することとなり，（16）から $f'(k)=R$ であるため，資本に関する黄金律の条件（42）を満たすことが示される。ちなみに，定常状態での均衡における（31）の k と，（43）の黄金律の k^* を一致させるには，賦課方式年金の保険料率を以下のように設定すればよい。

$$\tau_p^* = \frac{\beta - \alpha - 2\alpha\beta}{(1-\beta)(1-\alpha)} \tag{52}$$

また，（51）は $c^i=c^j$，$d^i=d^j$ となるときに満たされるため[(6)]，（34）（35）から

$$\tau_p{}^* + \tau_f{}^* = 1 \tag{53}$$

とする必要がある。したがって，ここでは（52）（53）で表される年金制度が最適であり，そこで実現する資源配分は第2節で求めたものに一致する。つまり，2つの財政方式を組み合わせることにより，最適な資源配分を実現することができるのである。

3.2　賦課方式のみ利用可能な場合

賦課方式だけが利用可能である場合，最適化条件は（46）に $\tau_f = 0$ を代入したもののみとなり，以下のようになる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial W(\tau_p,0)}{\partial \tau_p} &= R\left(\frac{1+n}{R}-1\right)[w-(1-\tau_p)w_p] \\ &\quad - R\left[w-(1-\tau_p)w_p\left(1+\frac{w}{w_p}\frac{R_p}{R}\frac{\beta}{1+\beta}\right)\right]\frac{\Sigma\Gamma_i(a^i-1)}{\Sigma\Gamma_i} = 0\end{aligned} \tag{54}$$

このとき，$W_p(\tau_p{}^*,0)>0$ かつ $W_p(1,0)<0$ であることが示されるので（Appendix B 参照），最適な保険料率は $\tau_p{}^*$ よりも大きく1よりも小さいことが示される。3.1 節で示されたように，2つの財政方式が利用可能であれば，賦課方式の保険料率は資本蓄積の水準を調整する機能に特化すべきであるが，積立方式が利用できない状況下では，賦課方式によって世代内再分配の機能も担う必要がある。そのため，黄金律を実現するような水準よりも高い保険料率を設定すべきということになる。つまり，賦課方式の年金制度にこれら2つの機能を担わせようとする場合，2つの機能の間でトレードオフが発生するため，ある程度の再分配を行うために資本蓄積の水準が過小となるのを甘受することが最適となる。

3.3　積立方式のみ利用可能な場合

積立方式だけが利用可能である場合，最適化条件は（47）に $\tau_p=0$ を代入したもののみとなる。その含意は 3.1 節で述べたように $c^i=c^j$ かつ $d^i = d^j$ であり（$j \neq i$），それは $\tau_f=1$ の場合に実現可能である。積立方式の保険料率を変更しても資本蓄積には影響を与えないため，賦課方式が利用できずに，積立方式のみが利用可能な場合には，年金制度は世代内再分配の目的にのみ利用されるべきということになる。

(6)　$c^i=c^j$，$d^i=d^j$ は（51）の必要条件であることも簡単に示すことができる。

まとめと課題

本稿では労働供給が外生的に与えられる世代重複モデルにおいて，世代内再分配の要素を組み込み，2つの財政方式を組み合わせて用いることができる状況下で最適な公的年金制度について分析した。主な結果は以下の3点にまとめることができる。

第1に，2つの財政方式が利用可能な場合，賦課方式は資本蓄積の調整機能に特化し，積立方式は世代内再分配の機能に特化することが最適となる。これは，賦課方式ではどちらの機能も担うことができるのに対して，積立方式では資本蓄積の調整機能を果たすことができない，という特質によるものである。

第2に，賦課方式だけが利用可能な場合，その最適な規模は資本蓄積の調整機能だけを担う場合よりも大きくなる。これは1つの変数で2つの機能を担う形になることと，このモデルにおける最適な資源配分では完全再分配が要求されることから，再分配を強化することによる公平性の追求と，資本蓄積を適度な水準に維持することを目指す効率性の追求との間にトレードオフが発生するためである。

第3に，積立方式だけが利用可能な場合，世代内再分配の機能に特化することが最適となる。これは，既に述べたように，積立方式では資本蓄積の調整機能を果たすことができないためである。

残された課題は少なくとも2点ある。第1に，労働供給を内生化した場合に，これらの結果がどのように修正されるかを確認することである。本稿では，分析を容易にするために，年金制度が及ぼす影響を資本蓄積と世代内再分配の2つに限定したが，次のステップとして労働供給を内生化し，外生版と比較する分析を行う必要がある。

第2に，年金制度以外の再分配手段を考慮した場合に，機能配分のあり方がどのように修正されるかを検討することである。本稿では，労働供給を固定しているため，完全再分配が最適となるが，これを公的年金制度で実現するということは，若年期に税率100％の所得税と同等の保険料を徴収することとなるため，若年期の消費は老年期の給付を前提とした借入に依存することとなる。これは借入制約が存在する場合には実現不可能となるが，老齢年金という形ではなく若年期に給付を行うようにすればこの問題は回避することができる。しかしながら，老年期の生活保障のための給付を若年期に行った場合，合理的な家計であればきちんと貯蓄をすることになるが，近視眼的な家計を前提とするとそうはいかなくなるだろう。最適な再分配制度を検討するには，このような論点も考慮する必要がある。

〔参考文献〕

吉原健二・畑満（2016）『日本公的年金制度史：戦後七〇年・皆年金半世紀』中央法規.

Breyer, F. (1989), “On the Intergenerational Pareto Efficiency of Pay-as-you-go Financed Pension Systems,” *Journal of Institutional and Theoretical Economics* 145(4), pp. 643-658.

Breyer, F. and M. Straub (1993), “Welfare Effects of Unfunded Pension Systems When Labor Supply is Endogenous,” *Journal of Public Economics* 50(1), pp. 77-91.

Frassi, B., G. Gnecco, F. Pammolli and X. Wen (2019), “Intragenerational Redistribution

in a Funded Pension System," *Journal of Pension Economics & Finance* 18(2), pp. 271–303.

Homburg, S. (1990), "The Efficiency of Unfunded Pension Schemes," *Journal of Institutional and Theoretical Economics* 146(4), pp. 640–647.

Okamoto, A. and T. Tachibanaki (2002), "Integration of Tax and Social Security Systems: On the Financing Methods of a Public Pension Scheme in a Pay-as-you-go System," in T. Ihori and T. Tachibanaki [ed.], Social Security Reform in Advanced Countries: Evaluating Pension Finance, Routledge, pp. 132–160.

Oshio, T. (2005), "Social Security and Intragenerational Redistribution of Lifetime Income in Japan," *Japanese Economic Review* 56(1), pp. 105–139.

Samuelson, P. (1975), "Optimum Social Security in a Life-Cycle Growth Model," *International Economic Review* 16(3), pp. 539–544.

Sommacal, A. (2006), "Pension Systems and Intragenerational Redistribution When Labor Supply Endogenous," *Oxford Economic Papers* 58, pp. 379–406.

Appendix A

ここでは，(48)（49）を導出する。まず，給付（20）（21）を定常状態において保険料率で微分すると，以下のようになる。

$$\frac{\partial b_p}{\partial \tau_p} = w(1+n) + \tau_p w_p (1+n) \tag{A-1}$$

$$\frac{\partial b_f}{\partial \tau_p} = \tau_f w_p R + \tau_f w R_p \tag{A-2}$$

$$\frac{\partial b_p}{\partial \tau_f} = 0 \tag{A-3}$$

$$\frac{\partial b_f}{\partial \tau_f} = wR \tag{A-4}$$

次に，(32)（33）から，$k_p \equiv \partial k/\partial \tau_p < 0$ および $k_f \equiv \partial k/\partial \tau_f = 0$ であることを踏まえたうえで，要素価格（16）（17）を定常状態において保険料率で微分すると，

$$R_p = A\alpha(\alpha-1)k^{\alpha-2}k_p = \frac{R(\alpha-1)k_p}{k} > 0 \tag{A-5}$$

$$w_p = A\alpha(1-\alpha)k^{\alpha-1}k_p = \frac{w\alpha k_p}{k} < 0 \tag{A-6}$$

$$R_f = A\alpha(\alpha-1)k^{\alpha-2}k_f = 0 \tag{A-7}$$

$$w_f = A\alpha(1-\alpha)k^{\alpha-1}k_f = 0 \tag{A-8}$$

となる。これらを考慮して，各期の消費（2）（3）を定常状態において保険料率で微分すると，

$$c_p^i \equiv \frac{\partial c^i}{\partial \tau_p} = -a^i w + (1-\tau_p-\tau_f)a^i w_p - s_p^i \tag{A-9}$$

$$d_p^i \equiv \frac{\partial d^i}{\partial \tau_p} = Rs_p^i + R_p s^i + w(1+n) + \tau_p w_p(1+n) + \tau_f w_p R + \tau_f w R_p \qquad (A-10)$$

$$c_f^i \equiv \frac{\partial c^i}{\partial \tau_f} = -a^i w - s_f^i \qquad (A-11)$$

$$d_f^i \equiv \frac{\partial d^i}{\partial \tau_f} = Rs_f^i + wR \qquad (A-12)$$

となる。また，（A－5）と（A－6）の関係を用いると，

$$w_p + kR_p = 0 \qquad (A-13)$$

が得られる。さらに，定常状態において（24）と（25）の差を求めると以下のようになる。

$$s^i - s = \frac{\beta(1-\tau_p-\tau_f)(a^i-1)w}{(1+\beta)} \qquad (A-14)$$

ここで，（A－9）と（A－10）を組み合わせ，（27）を定常状態にしたものと（A－13）（A－14）を代入すると，

$$c_p^i + \frac{d_p^i}{R} = \left(\frac{1+n}{R} - 1\right)[w-(1-\tau_p)w_p] - (a^i-1)w\left[1-(1-\tau_p-\tau_f)\left(\frac{w_p}{w} + \frac{R_p}{R}\frac{\beta}{1+\beta}\right)\right]$$

となり，（48）が導出される。また，（A－11）と（A－12）を組み合わせると，

$$c_f^i + \frac{d_f^i}{R} = w(1-a^i)$$

となり，（49）が得られる。

Appendix B

ここでは，$W_p(\tau_p{}^*, 0) > 0$ かつ $W_p(1, 0) < 0$ であることを示す。まず，$\tau_p = \tau_p{}^*$ のとき，$R = 1+n$ となるため，（54）は以下のようになる。

$$\frac{\partial W(\tau_p^*, 0)}{\partial \tau_p} = -R\left[w-(1-\tau_p)w_p\left(1+\frac{w}{w_p}\frac{R_p}{R}\frac{\beta}{1+\beta}\right)\right]\frac{\Sigma\Gamma_i(a^i-1)}{\Sigma\Gamma_i} \qquad (B-1)$$

$\tau_p < 1$ とすると，（35）より，$a^i < a^j$ となるような任意の i, j に関して $d^i < d^j$ となり，$U_d{}^i > U_d{}^j$ となる。また，$U^i < U^j$ となることから $W_i \geq W_j$ となるため，$\Gamma_i > \Gamma_j$ となり，$\Sigma\Gamma_i(a^i-1) < 0$ となる。また，$\Sigma\Gamma_i > 0$であり，

$$w-(1-\tau_p)w_p\left(1+\frac{w}{w_p}\frac{R_p}{R}\frac{\beta}{1+\beta}\right) > 0$$

が成立するのであれば，（B－1）の右辺は正となる。ここで，（A－6）を利用して上の不等式を書き換えると，以下のようになる。

$$\frac{ak_p}{k}(1-\tau_p)\left(1+\frac{R_p}{w_p}\frac{w}{R}\frac{\beta}{1+\beta}\right) < 1 \qquad (B-2)$$

k_p は（32）で与えられており，それを用いると，

$$\frac{ak_p}{k}(1-\tau_p) = -\frac{a}{1-a}\frac{1+a\beta}{[a(1+\beta)+(1-a)\tau_p]} < 0 \qquad (B-3)$$

となる。また，（A－5）（A－6）から，

$$\frac{R_p}{w_p}=\frac{R(\alpha-1)}{w\alpha}$$

となり，これを用いると，

$$1+\frac{R_p}{w_p}\frac{w}{R}\frac{\beta}{1+\beta}=\frac{\alpha-\beta+2\alpha\beta}{\alpha(1+\beta)} \qquad (B-4)$$

となる。したがって，$\alpha-\beta+2\alpha\beta\geq 0$ の場合，

$$\frac{\alpha k_p}{k}(1-\tau_p)\left(1+\frac{R_p}{w_p}\frac{w}{R}\frac{\beta}{1+\beta}\right)\leq 0$$

となり，（B－2）は成立する。また，（B－2）の左辺に（B－3）と（B－4）を代入して変形すると，

$$-(\alpha-\beta+2\alpha\beta)(1+\alpha\beta)-[\alpha(1+\beta)+(1-\alpha)\tau_p](1-\alpha)(1+\beta)<0$$

となり，（52）より，この式に$\tau_p=\tau_p{}^*$を代入して変形すると，

$$-\frac{(\alpha-\beta+2\alpha\beta)^2}{1-\beta}+\frac{(\alpha-\beta+2\alpha\beta)\beta(1+\alpha\beta)}{1-\beta}-\alpha(1+\beta)^2(1-\alpha)<0 \qquad (B-5)$$

となる。これは，$\alpha-\beta+2\alpha\beta<0$ のもとでも（B－2）が成立することを含意する。よって，$W_p(\tau_p{}^*,0)>0$ となる。

次に，$\tau_p=1$ のとき，$\Sigma\Gamma_i(a^i-1)=0$となるため，（54）は以下のようになる。

$$\frac{\partial W(1,0)}{\partial\tau_p}=Rw\left(\frac{1+n}{R}-1\right) \qquad (B-6)$$

（31）より，$\tau_p=1$ のときには $k=0$ となり，このとき，（16）より $R=\infty$となるため，（B－6）の右辺は負となる。よって，$W_p(1,0)<0$ となる。

（2021.5.20 受稿，2021.6.18 受理）

〔抄　録〕

本研究では，生産性の異なる複数の家計が存在する世代重複モデルの定常状態において，公的年金制度が果たしうる2つの機能について検討する。1つは資本蓄積の調整機能であり，もう1つは世代内の所得再分配機能である。賦課方式の年金制度にこれら2つの機能を担わせようとする場合，2つの機能の間でトレードオフが発生するため，ある程度の再分配を行うために資本蓄積の水準が過小となるのを甘受することが最適となる。また，積立方式の年金制度でも，世代内で所得再分配を行うことは可能であるが，資本蓄積の水準に対しては中立的であるため，積立方式だけを用いる場合には，資本蓄積の調整は断念し，再分配機能だけを追求することになる。他方，2つの財政方式を組み合わせて利用することができる場合には，積立方式年金は再分配機能に特化し，賦課方式年金は資本調整機能に特化することにより，2つの機能を同時に果たすことができる。