

最適資本構成の近似解

片 岡 方 和

1. はじめに

企業が行う財務上の意志決定のうち、重要な二つの課題は①資金の調達をどのように行うか、また②調達された資金をどのように支出するかということである。

このうち、調達される資金は、その方法として種々の株式の発行や種々の債券の発行等を通じて行われるが、本稿では、調達方法として普通株式と社債を対象とする。そして、調達資金に対する持分のうち前者によるものを株主資本といい、後者によるものを負債（金融債務）とする。

ここでは、株主資本と負債の組み合せ、すなわち、資本構成の選択により、企業価値が最大となるときの最適資本構成について検討する。

但し、負債のうち、金融債務を除く事業負債の構成および資産（金融資産および事業資産）の構成についての検討は本稿では行わない。

なお、最適資本構成の検討にあたっては、①完全市場における企業価値は資本構成とは無関係であること②法人税の存在により負債に節税効果があること、さらに③資本構成における負債の比率が増加すると倒産リスクが高まることを前提とするが、このことはモジリアーニ・ミラーやその後の伝統的見解において認められるところである。

ここに、先行研究における最適資本構成推定のアプローチとしては、①総資本コストアプローチ②修正現在価値アプローチおよび③比較分析アプローチに大別される。

本稿では、企業価値を負債を変数とする関数で把握することにより、IT関連技術の発展した今日において企業価値の計算を容易にするとともに、最適資本構成の近似解を得ることにより財務上の意志決定に資することを目的としている。

なお、本稿では、特別に断らない限り、資産、負債および株主資本は現在価値で示すものとする。

2. 最適資本構成についての従前のアプローチ

(1) 総資本コストを最小化することにより最適資本構成を求めるアプローチ

CAPM理論に基づく株主資本コストを算定するにあたり、用いられる負債調整ベータの推定は次の式による。

$$\beta_L = \beta_U / [1 + (1-t)D/E]$$

ここで、

β_L : 負債レベル(D/E)に対応した負債ベータ（負債調整ベータ）

β_U : 無負債ベータ

t : 税率

D/E : 負債の株主資本に対する割合

とする。

このアプローチは、まずハーバード・ビジネス・スクールにより提案されているが、ダモダランはボーイング社やディズニー社を例にとり同様のアプローチを試みている。これらの結果、最適資本構成の存在を示しているが、一方では負債レベルが高くなると非現実的な負債調整ベータとなる欠点があるとされる（Damodaran, 1999）。

この欠点を補うため、市場リスクの一部を負債に割り当てることにより推定した負債調整ベータを用いることにより、株主資本コストを算定する。

但し、この場合は当該企業の債権格付けが必要となるため、債権格付けを用いることの妥当性ならびに債権格付けを有しない企業では市場リスクをどれだけ負債に割り当てるかという問題がある。

また、負債コストの推定については、一定の財務比率と債権格付けとの関係が必要であるが、いかなる財務比率が良いのか、また債権格付けを有しない企業では格付けをどのように考えるかという問題がある。

(2) 修正現在価値アプローチ

無負債企業価値を無負債ベータの推定により算定する。次に、負債の節税効果の価値（＝税率×負債）を計算する。さらに、倒産コストの現在価値に倒産確率を乗じて、倒産リスクの価値を算定する。これらにより、さまざまな負債レベルにおける企業価値を推定し、それが最大となる負債レベルが最適資本構成となる。

ここで、倒産確率の推定にあたり、第1の方法は、さまざまな負債レベル／債権格付け／経験的倒産確率との関係により推定するが（Altman/kishore, 1996），確率の不連続性ということで精緻さに欠けるという問題がある。

第2の方法は、プロビット分析などの統計手法により、企業の特徴を表す指標についてのデータを利用して、さまざまな負債レベルにおける倒産確率を推定するものである。しかし、この方法では、十分な精度をもって倒産確率を推定することが困難であるといわれている。なお、倒産コストについては、ワーナー（Warner, 1977）やシャピロ（Shapiro, 1989）の研究により推定することになる。

(3) 比較分析アプローチ

分析対象企業が属する業種の負債比率の平均と当該企業の負債比率を比較する。ここで同じ業種の企業は最適な状態で事業活動を行っているという仮定を置く。そして、税率、利払・税引前償却前利益および営業利益の分散などを用いた回帰モデルにより精度を高めることが行われている。

しかし、同業種に属する企業でも異なった事業ミックスを持つことが多く、また、事業リスクやプロジェクト収益率も異なることが多い。

すなわち、同業種の企業は最適な状態で事業活動を行っているという仮定は、現実的でないという問題がある（Damodaran, 1999）。

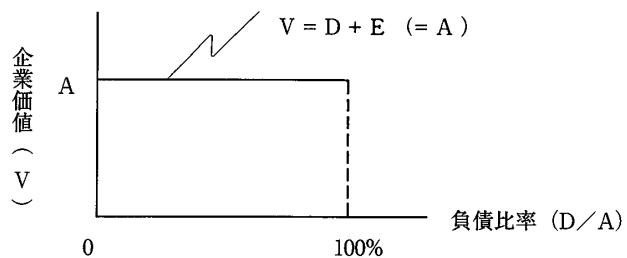
3. 企業価値の推定

(1) 完全市場における企業価値

企業がその資本構成として負債（金融債務）と株主資本からなるとしたとき、完全市場における企業価値は資本構成に関係なく一定である（モジリアーニ・ミラーの命題）。

図示すると次のようになる。

図 1

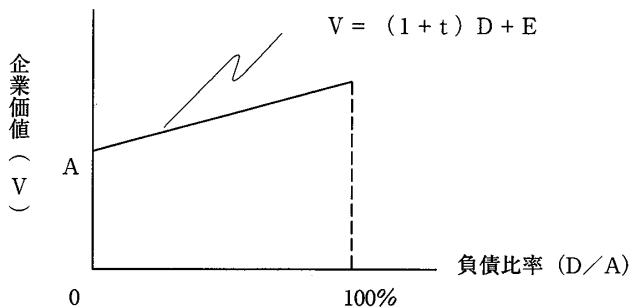


但し、Vは企業価値、Dは負債、Eは株主資本、Aは総資産を示す。

(2) 法人税を考慮したときの企業価値

法人税が課されるとき、下図のとおり、負債利子に係わる節税効果の現在価値分だけ企業価値を高める。

図 2

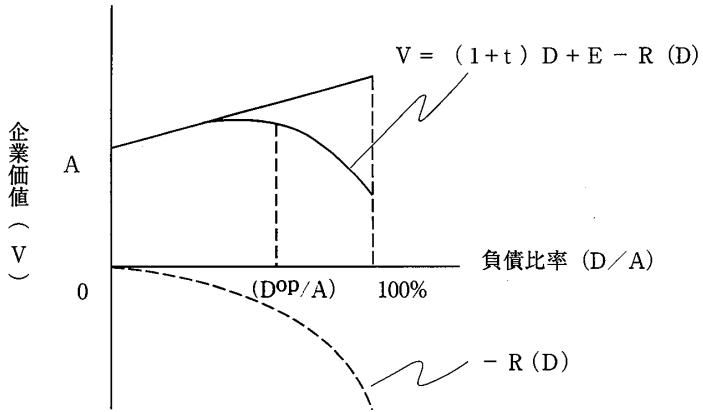


但し、tは税率を示す。

(3) 法人税の存在に加え、負債に係わる倒産リスクを考慮した企業価値

上記(2)に対し、負債比率の増加で財務リスクひいては倒産リスクが高まり、倒産リスクに相当する現在価値分だけ企業価値は下図のとおり減少する。

図3



但し、 $R(D)$ は倒産リスクに相当する現在価値を示す。

負債比率が小さいとき、倒産リスクは低いので、負債の利用により節税効果が生じ企業価値は増加する。負債比率が増加すると節税効果により企業価値は増加するものの、一方では倒産リスクは高まり、負債に対応する倒産リスクによる企業価値の減少が進む。ある点で最適負債比率（最適資本構成）が存在すると考えられる。

図3では (D^{op}/A) で示される。

4. 負債に対応する倒産リスクにより減少する価値（期待値）を表わす関数

倒産とは「経営活動の持続が何らかの原因で困難もしくは不可能な状態」（太田、2002）と考える。倒産に伴って発生するコスト、即ち倒産コストは直接コストと間接コストからなる。

直接コストには、倒産に付随する法務、管理、会計上のコストの他、債務返済に要するコストや資産の低価格による換金コストなどがある。

間接コストには、①倒産の恐れが高いと考えた顧客がその企業から製品やサービスを買わなくなることによるコスト②同様の状況下で、仕入先が債権回収のために厳しい条件をつけることによるコストおよび③資本調達コストの上昇や優良プロジェクトの不採用によるコストがある。

さて、企業における負債の増加額 Δ に対応して、倒産する確率を $\lambda\Delta$ とすると、倒産しない確率は $(1-\lambda\Delta)$ である。

企業の負債が 0 （ゼロ）を出発点とし、 Δ の幅で増加するとき、 $\Delta, 2\Delta, 3\Delta \dots, n\Delta$ のいずれにおいても倒産せず、 $(n+1)\Delta$ にて倒産する確率 $P(\Delta)$ は次のとおり

示される。

ここで、

とする。

上記(1)式は、下表で*印を付した確率を乗することによって得られる。

表 1

負債の増加額	負債の増加額の累積	倒産しない確率	倒産する確率
Δ	1Δ	$(1-\lambda\Delta)^*$	$\lambda\Delta$
Δ	2Δ	$(1-\lambda\Delta)^*$	$\lambda\Delta$
Δ	3Δ	$(1-\lambda\Delta)^*$	$\lambda\Delta$
...	...	同上 *	同上
Δ	$n\Delta$	$(1-\lambda\Delta)^*$	$\lambda\Delta$
Δ	$(n+1)\Delta$	$(1-\lambda\Delta)$	$\lambda\Delta^*$

ここで、負債の単位あたりの倒産確率である確率密度は、(1)式より次の式で示される。

いま、

とし、

$\Delta\left(=\frac{x}{n}\right) \rightarrow 0$ とすれば、(3)式より確率密度関数 $f(x)$ は次のとおりとなる。

ここで、負債が D のとき、企業が倒産する確率 $P(D)$ は次のとおりとなる。

一方、倒産により生ずるコストを A_c とする。

また、倒産の場合には、当期損失を計上する状況にあると想定され節税効果($t \cdot D$)が望めないと考える。(注1)

これらを総合すると、倒産により失われる価値は $(A_C + t \cdot D)$ であり、結局、倒産により減少する価値の期待値 $R(D)$ は次の式によって示される。

(注1) : 倒産の場合でも、当期利益が計上され、節税効果が存在するとき、(7)式は次のとおりとなり、以下、この式を倒産により減少する価値の期待値 $R(D)$ として議論を展開することになるが、現実的には節税効果は望めないと考える。

$$R(D) = A_C(1 - e^{-\lambda D})$$

5. 企業価値を表わす関数と最適負債比率

上記「3. 企業価値の推定」および「4. 負債に対応する倒産リスクにより減少する価値（期待値）を表わす関数」より、企業価値 $V(D)$ は次のように示せる。

但し、 $A (= E + D)$ において、 E と D は非負の変数であるが、 A は一定とする。ここで、最適負債比率となるときの負債は、(8)式を微分し、これを0（ゼロ）とすることによって導かれる。（注2）

$$\begin{aligned}
 V'(D) &= \frac{d}{dD}(A + t \cdot D - (A_c + t \cdot D) + (A_c + t \cdot D)e^{-\lambda D}) \\
 &= t \cdot e^{-\lambda D} + (A_c + t \cdot D)(-\lambda)e^{-\lambda D} \\
 &= (t - \lambda \cdot A_c - \lambda \cdot t \cdot D)e^{-\lambda D} = 0
 \end{aligned}$$

故に、次式が成立する。

$$D = \frac{t - \lambda A_c}{\lambda t} = \frac{1}{\lambda} - \frac{A_c}{t} \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

このときの D を D^{op} とすると、 D^{op}/A は最適負債比率を示す。

なお、 D^{op} は A を越えないで、次の不等式が成立する。

故に、

$$\frac{1}{\lambda} - \frac{A_c}{t} \leq A$$

$$\frac{t}{A_C + t \cdot A} \leq \lambda$$

このときの左辺を λ_L とすると、上式は次のようになる。

なお、総資産がすべて負債のとき、すなわち A が D に等しいとき、(8)式は次のようになる。

$$V(A) = A + t \cdot A - (A_c + t \cdot A) \times (1 - e^{-\lambda A})$$

このときの企業価値 $V(A)$ は負債 $D(= A)$ に相当する額を下回らないと考えられ、次の不等式が成立する。なぜなら、 $V(A)$ は企業が存続するときの価値であり、 $D(= A)$ は企業を解散し、その資産を回収するときの価値とすれば、 $V(A) < D(= A)$ のとき資本（負債）の全てを提供している債権者は、企業の存続よりも解散による回収を望むため、企業そのものの存続が成立しないことになるからである。

$$\begin{aligned}
 V(A) &\geq A \\
 A + t \cdot A - (A_c + t \cdot A) \times (1 - e^{-\lambda A}) &\geq A \\
 t \cdot A &\geq (A_c + t \cdot A) \times (1 - e^{-\lambda A}) \\
 e^{-\lambda A} &\geq 1 - t \cdot A / (A_c + t \cdot A) \\
 &= A_c / (A_c + t \cdot A) \\
 e^{\lambda A} &\leq (A_c + t \cdot A) / A_c \\
 \lambda &\leq \frac{1}{A} \log \frac{A_c + t \cdot A}{A_c}
 \end{aligned}$$

このとき右辺を λ_U とすると、上式は次のようになる。

上記(11)式および(12)式より次の式が示せる。

(13)式より、 λ は次のように示せる。

但し、 $0 \leq \phi \leq 1$ である。

$$\begin{aligned}
 (\text{注 } 2) \quad V''(D) &= \lambda(\lambda(A_C + t \cdot D) - 2t)e^{-\lambda D} \\
 V''(D^{op}) &= \lambda\left(\lambda\left(A_C + \frac{t}{\lambda} - A_C\right) - 2t\right)e^{-\lambda D^{op}} \\
 &\equiv -\lambda t e^{-\lambda D^{op}} < 0
 \end{aligned}$$

よって、 $D = D^{op}$ のとき、 $V(D)$ は極大（上に凸）であり、 $V(D)$ の最大値を意味する。

6. 企業全体における倒産リスクの期待値、標準偏差および分布関数

企業において、総資本事業利益率(ROA)および税引前自己資本純利益率(ROE)は、次のとおりである(但し、ここではすべて簿価で示している)。

$ROA = \text{事業利益} / \text{総資本}$

ここで、事業利益とは営業利益に金融収益を加算したものである。

ROA の定義より、

$$\text{事業利益} = (E+D) \times ROA$$

また。

$$\begin{aligned}
 \text{支払利息} &= \text{負債} \times \text{負債利子率} \\
 &= D \times i_D \\
 \text{税引前当期純利益} &= \text{事業利益} - \text{支払利息} \\
 &= E \times ROA + D \times (ROA - i_D) \\
 ROE &= \text{税引前当期純利益} / \text{自己資本} \\
 &= ROA + (ROA - i_D) \times \frac{D}{E} \\
 &= (1+L) \times ROA - i_D \times L \quad \dots \dots \dots \quad (15)
 \end{aligned}$$

ここで $L (= D/E)$ を財務レバレッジという。

ROA の標準偏差を δ_A , ROE のそれを δ_E とすると, (15)式より,

なお、 ROA は事業環境の不確実性の影響を受けるが、資本構成の影響からは独立である。ここで、 ROA のリスクを事業リスクとする。また、 ROE は、(15)式より資本構成に依存しており、事業リスクの他、財務リスクを有する。(16)式において δ_A は事業リスクを、また $L \cdot \delta_A$ は財務リスクを示す。

但し、財務リスク $L \cdot \delta_A$ は、事業リスク δ_A が大きいとき大きく、事業リスク δ_A が小さいとき小さい。

すなわち、倒産リスクは事業リスクと財務リスクからなるので、それは δ_A と比例関係にある。

そこで、企業の倒産リスクについて、その他の条件がすべて等しいとき、次の仮定が成立するものとする。

- (1) ROA の期待値が大きい企業は、それが小さい企業に比べて倒産リスクが小さい。
(2) ROA が安定している企業は、それが不安定な企業に比べて倒産リスクは小さい。

ここで、 ROA の標準偏差 δ_A を ROA の期待値 $E(ROA)$ で除したものを S とする。

すなわち、

このとき、 $E(ROA)$ が大きくなれば S は小さくなり、また ROA が安定していれば、つまり δ_A が小さければ S は小さくなる。

よって、 S は上記(1)および(2)の仮定を満たすことから、 S をもって、企業の倒産リスクの相対的な大きさの程度を示すものと仮定する。

そこで、 S についてその期待値と分散を示すと次のようになる。

S は正規分布であり、これを $N(\mu \cdot \delta^2)$ で示すことができると仮定する。

なお、この仮定が成立しない場合、第 i 企業の S を S_i と表わし、次のように小さい順に並べかえる。

$$S_1 \leq S_2 \leq S_3 \cdots \leq S_n$$

また、(14)式の ϕ を $\phi(X_i)$ として、次のとおり計算する。

$$\phi(Xi) = \sum_{j=1}^i Sj \Big/ \sum_{j=1}^n Sj$$

但し、 $Xi = (Si - \mu) / \delta$ とする。また、 n は全企業数を示す。

ここで、 X_i を横軸に、 $\phi(X_i)$ を縦軸に示すとすれば、次の図5の累積分布に代えることができる。

7. 一定の倒産リスクを有する企業の全体の中での倒産リスクの相対的位置付け

(18)式, (19)式より正規分布関数は次のとおり示される。

または

$$g(S) = N(\mu, \sigma^2)$$

(20)式を正規化すると次のとおりとなる。

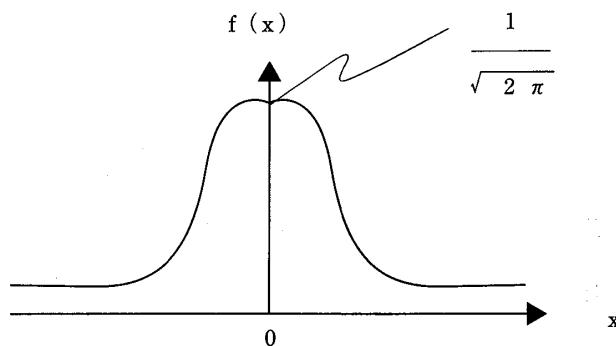
ここで、 x を倒産リスクの程度ということにする。

または

$$f(x) = N(0, 1)$$

これを図示すると次のようになる。

4

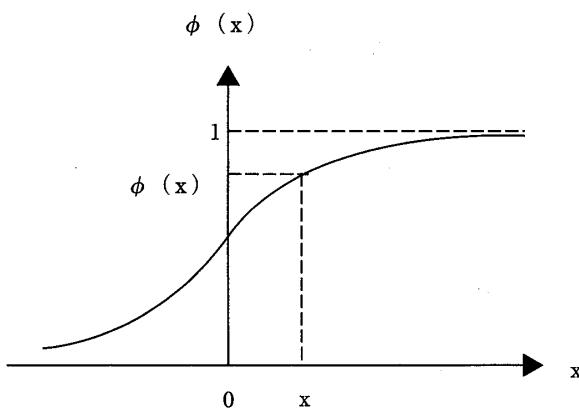


(22)式より標準累積正規分布関数は次のとおりとなる。

$$\phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right] dt \dots \quad (23)$$

これを図示すると次のとおりとなる。

5



ここで、すべての企業は、その倒産リスクが全企業との比較において 0 から 1 の間にあるところ、第 i 企業の倒産リスクの程度 x を xi と表すとき、企業全体の中での第 i 企業に固有の倒産リスクの位置付けは $\phi(xi)$ で示される。

8. 倒産リスクの程度 x_i を有する第 i 企業の最適資本構成

(21)式より企業の倒産リスクの相対的な大きさ $S (= Si)$ を有する企業は

となる。

このとき、第*i*企業に固有の倒産リスクの全体の中での位置付けは、

となる。

このとき、当該企業の λ を λ_i とすれば(14)式より次のように示される。

ここで、 λ_i を第*i*企業に固有の倒産リスクに係わる係数と呼ぶことにする。

この結果、第 i 企業の企業価値 $V(D)$ (= $Vi(D)$) は(8)式より次のとおりとなる。

また、最適負債比率となるときの負債 D_i^{ϕ} は、(9)式より次のとおりとなる。

以上より、価値ベースによる最適資本構成は次のとおりとなる。

9. 最適資本構成と現実の資本構成

これまで、企業価値は、総資産 $A (= D+E)$ を不変とした場合の負債の関数であると考え、この結果(29)式より最適資本構成が得られた。

このことから、現実の資本構成における負債 D が最適資本構成のときの負債 D^{op} より小さいとき、実務上、社債を発行し得られた資金により、自己株式を取得し消却することで、最適資本構成を達成できる。

逆に、上記負債 D が負債 D^{op} より大きいとき、自社株を発行し、得られた資金

により社債を買取ることにより、同様に最適資本構成を達成できる。

なお、企業価値 $V(D)$ は(8)式より次のように示した。

一方、最適資本構成のときの $V(D^{op})$ は(8)式の D に D^{op} を代入して得られる。

D が D^{op} と異なるときは、資金調達の方法を変えて、これらを一致させることも一つの方法であるが、負債 D と D^{op} の差異を認識したうえで、結果として最適資本構成となるようなプロジェクトの採用あるいは余剰資金の返済など資金の利用方法を見直すことも重要である。

10. 現実の資本構成における価値の毀損

企業価値 $V(D)$ が総資産 A を下回らないとき、株主および債権者にとって彼（彼女）らの権利（持分請求権）が阻害されることはない。

しかし、 $V(D)$ が A より小さいとき、その差額を \triangle とすると次の式が成り立つ。

但し、 $\triangle > 0$

このとき、法律上の要請から（あるいは証券の性格から）、価値の毀損△について、まず株主が負担し、負担しきれない場合に債権者が負担する。

すなわち、

$E \cong \triangle$ のとれ.

株主は△を負担するが、債権者の負担はない。

$E < \triangle$ のとき.

株主は E のすべてを負担し、さらに債権者はその差額 ($\Delta - E$) を負担する。

なお、上記(30)式が成立する状態で債権者が安全サイドをみて価値の毀損△をすべて負担するということも、債権者が金融機関などで一定の支配力を当該企業に保有している場合にありうると思料する。

なお、現実の問題として、企業に固有の倒産リスクに係わる係数、即ち i や倒

産コスト A_C は、情報の非対称性という観点から当該企業の経営者が最も妥当に算定が可能であると考えられる。このとき、 λi や A_C をもって計算される企業価値の毀損は、株主や債権者より経営者が負担するべきであるとするのも現実的な考え方である。

11. おわりに

本稿では、倒産リスクの価値（マイナス価値）は負債（ D ）を変数とした関数により示すことができた。

この関数は、(17)式で定義される S をもって、企業の倒産リスクの相対的な大きさの程度を示すものと仮定して、示される。

S は倒産リスクの程度 X （第 i 企業では、 X_i ）に変換され、さらに(25)式で定義される第 i 企業に固有の倒産リスクの企業全体の中での位置付け $\phi(X_i)$ を導いた。

これらを前提として、第 i 企業の企業価値 $V_i(D)$ は、(27)式で示された。

そして、倒産リスクに係わる価値（マイナス価値）の視点や、前項に述べた毀損した価値の負担者が誰であるかという考え方を導入すれば、「片岡方和（2004）“潜在財務諸表”千葉商大論叢第41巻第4号」に規定する株主資本価値、負債価値および経営者資本価値の修正を要することを意味する。

本稿では、「9. 最適資本構成と現実の資本構成」で述べたように、(28)式および(29)式で示す最適資本構成を指標として、現実の資本構成を見直し、資金の調達と運用に係わる財務上の意志決定に資する可能性を示した。また、「10. 現実の資本構成における価値の毀損」で述べたように、当該毀損の負担者は株主であり、債権者であり、さらに現実的には企業の経営者であるということが言えるが、一方ではエージェンシー理論、契約の不完備性および情報の非対称性の観点からさらなる検討が必要であると考える。

以上

参考文献

- 斎藤久美子・大矢英一（2001）“資本コストの最適化について” 経済理論304号
池田有二（1984）“資本コストと最適資本構成問題” 企業会計 Vol.36 No.2

- 上埜 進 (2000) “現在価値法による企業価値の推定と VBM” 甲南経営研究第40巻3.4号
- 太田三郎・岡崎一朗著 (2002) “企業倒産と再生” 株式会社商事法務
- 片岡方和 (2004) “潜在財務諸表” 千葉商大論叢第41巻第4号
- Zvi Bodie, Robert Merton, 1999, “Finance”, 株式会社ピアソン・エデュケーション (訳: 大前恵一郎)
- Aswath Damodaran, “Applied Corporate Finance—A User’s Manual”, 1999, John Wiley & Sons. Inc. (訳: 三浦良造, 兼広崇明, 蜂谷豊彦, 中野誠, 松浦良行, 山内浩嗣)
- Altman. E. I and V. Kishore, 1996, “The Default Experiences of U. S. Bonds”. Working Paper, Salmon Center, New York University.
- Warner. Jerold B, 1977, “Bankruptcy Costs: Some Evidence” *Journal of Finance*, Vol.32 (2), 337-347
- Shapiro. A., 1986, “Corporate Strategy and the Capital Budgeting Decision”, *Midland Corporate Finance Journal*, Vol.4, 22-36
- J. P. Ogden, F. C. Jen, P. F. O’Connor, 2003, “Advanced Corporate Finance”, 株式会社ピアソン・エデュケーション (訳: 德崎 進)
- Modigliani. F. and M. Miller, 1958, “The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment,” *American Economic Review*, Vol.48 (3), 261-297.
- Modigliani. F. and M. Miller, 1963, “Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction” *American Economic Review*, Vol.53 (3), 433-443
- Modigliani. F. and M. Miller, 1965, “The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment Reply,” *American Economic Review*, Vol.55 (3), 524-527
- Modigliani. F. and M. Miller, (1966) “Some Estimates of the Cost of Capital to the Electric Utility Industry, 1954-1957”, *American Economic Review*, Vol.56, 333-391
- Miller. M, 1977, “Debt and Taxes,” *Journal of Finance*, Vol.32, 261-275
- Warner. Jerold B, 1977, “bankruptcy Costs: Some Evidence”, *Journal of Finance*, Vol.32 (2), 337-347
- Shapiro. A., 1989a, *Modern Corporate Finance*, New York, Macmillan.
- Shapiro. A., 1989b, *Multinational Financial management*, London, Allyn & Bacon.